

受験番号	16					
------	----	--	--	--	--	--

令和5年度工学部 学校推薦型選抜（女子学生特別選抜）

適性検査1

数 学

注意事項

- 1 開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけない。
- 2 冊子（3ページよりなる）の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
- 3 解答は冊子の所定の欄に記入すること。
- 4 冊子には、表紙1箇所を受験番号を記入する欄がある。開始後直ちに記入すること。
- 5 冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけない。

1 原点 O を中心として半径 1 の円 C_1 上の点を $P(a, b)$, 半径 2 の円 C_2 上の点を $Q(c, d)$ とする。次の問に答えよ。答は解答欄に記入すること。

(1) 円 C_1, C_2 の方程式を求めよ。

(2) ベクトル \vec{OP} とベクトル \vec{OQ} のなす角を θ とし, θ を用いて内積 $\vec{OP} \cdot \vec{OQ}$ を求めよ。

(3) $ac + bd$ の最大値を求めよ。

(4) $ac + bd$ の最小値を求めよ。

(5) $ac + bd$ が最大となる条件を, \vec{OP} と \vec{OQ} を用いて数式で表現せよ。

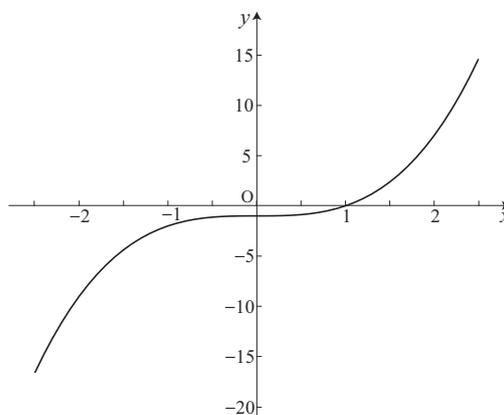
(6) $ac + bd$ が最小となる条件を, \vec{OP} と \vec{OQ} を用いて数式で表現せよ。

解答欄

(1) $C_1: x^2 + y^2 = 1$, $C_2: x^2 + y^2 = 4$	
(2) $2 \cos \theta$	
(3) 最大値 : 2	(4) 最小値 : -2
(5) 最大値の条件 : $\vec{OQ} = 2\vec{OP}$	(6) 最小値の条件 : $\vec{OQ} = -2\vec{OP}$

2] a, b, c を実数として2つの関数 $f(x) = x^3 - 1$, $g(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ を考える。座標平面上の曲線 $y = f(x)$ を C_1 (図参照), 曲線 $y = g(x)$ を C_2 とする。 C_2 は点 $A(-1, -2)$ を通り, C_2 の点 A における接線は C_1 の点 A における接線と一致するとして以下の問に答えよ。

- (1) 曲線 C_1 の点 A における接線 l の方程式を求めよ。
- (2) 原点 O と (1) で求めた接線 l との距離を求めよ。
- (3) b, c をそれぞれ a を用いて表せ。
- (4) $a = -2$ の時, 関数 $g(x)$ の極大値, 極小値ならびにその時の x の値を求めよ。
- (5) (4) の時, $-2 \leq x \leq -1$ で曲線 C_1, C_2 と直線 $x = -2$ で囲まれる領域の面積を S_1 とする。また, $-1 \leq x \leq 1$ で曲線 C_1, C_2 と直線 $x = 1$ で囲まれる領域の面積を S_2 として $S_1 + S_2$ を求めよ。



解答欄

(1) $y = 3x + 1$	(2) $\frac{\sqrt{10}}{10}$	(3) $b = 2a$, $c = a - 1$
(4) 極大値 : $-\frac{41}{27}$ ($x = -\frac{2}{3}$), 極小値 : -11 ($x = 2$)	(5) 6	

3] A. 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ が $S_n = -3n^2 + 35n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で与えられるものとする。以下の問に答えよ。

(1) a_1, a_2 を求めよ。

(2) $a_n < 0$ となる自然数 n の範囲を求めよ。

(3) $\sum_{k=1}^{20} |a_k|$ を求めよ。

B. 初項が 0 でない等比数列 $\{a_n\}$ が $a_1 + 4a_2 = 0$ を満たしている。以下の問に答えよ。

(4) 公比 r を求めよ。

(5) $a_1 + a_2 + a_3 = 13$ のとき, a_1 および $\frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_4} + \frac{1}{a_5}$ を求めよ。

(6) $\frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_4} + \dots + \frac{1}{a_n} = 205$ となる n を求めよ。

解答欄

(1) $a_1=32$, $a_2=26$	(2) $n \geq 7$	(3) 704
(4) $-\frac{1}{4}$	(5) $a_1=16$,	$\frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_4} + \frac{1}{a_5} = 13$
(6) $n = 7$		